

# Logiche Paraconsistenti

## Introduzione: La sfida della contraddizione nella logica classica

Le logiche paraconsistenti rappresentano una delle rivoluzioni più profonde e stimolanti nella storia della logica moderna, mettendo in discussione uno dei principi fondamentali che hanno governato il pensiero logico per oltre due millenni. Per comprendere appieno la portata rivoluzionaria di questi sistemi logici, è necessario partire da una considerazione apparentemente semplice ma dalle conseguenze devastanti: nella logica classica, da una contraddizione segue qualsiasi proposizione.

Questo fenomeno, noto tecnicamente come *ex contradictione sequitur quodlibet* o principio di esplosione, costituisce una caratteristica strutturale della logica classica che è stata accettata per secoli come un fatto inevitabile, quasi naturale. Se in un sistema logico classico si ammettono contemporaneamente una proposizione A e la sua negazione non-A, allora è possibile derivare formalmente qualsiasi proposizione B, indipendentemente dal suo contenuto o dalla sua relazione con A. Questa proprietà, sebbene possa sembrare una curiosità tecnica, ha conseguenze profondissime per la pratica del ragionamento e per la costruzione di teorie scientifiche.

Il principio di esplosione può essere dimostrato in modo estremamente semplice nella logica classica. Supponiamo di avere una contraddizione, cioè di poter affermare simultaneamente che "piove" e che "non piove". Dalla proposizione "piove" possiamo inferire, usando la regola di aggiunta disgiuntiva, che "piove o la luna è fatta di formaggio". Ma avendo anche "non piove", possiamo applicare la regola del modus tollendo ponens (o sillogismo disgiuntivo) per concludere che "la luna è fatta di formaggio". Questa derivazione è perfettamente valida nella logica classica e mostra come qualsiasi assurdità possa essere derivata da una contraddizione.

Le conseguenze pratiche di questo principio sono enormi. Significa che un sistema teorico che contenga anche una sola contraddizione, per quanto piccola o marginale, diventa completamente inutile dal punto di vista logico, poiché in esso può essere dimostrato tutto e il contrario di tutto. Un database che contenga informazioni contraddittorie, una teoria scientifica che includa due assunzioni incompatibili, un sistema giuridico con leggi in conflitto: tutti questi sistemi diventerebbero, secondo la logica classica, triviali nel senso tecnico del termine, cioè sistemi in cui ogni proposizione è un teorema.

Tuttavia, l'esperienza quotidiana e la pratica scientifica mostrano che gli esseri umani sono perfettamente capaci di ragionare in modo produttivo anche in presenza di contraddizioni. Gli scienziati lavorano regolarmente con teorie che contengono anomalie o dati sperimentali in conflitto senza che questo impedisca loro di continuare a fare inferenze utili. I sistemi informatici devono gestire database che possono contenere informazioni contraddittorie provenienti da fonti diverse. I sistemi legali di tutto il mondo contengono leggi che possono

entrare in conflitto tra loro, eppure i giudici continuano a emettere sentenze ragionevoli. Gli esseri umani stessi mantengono frequentemente credenze che, a un esame attento, risultano essere inconsistenti tra loro, senza che questo porti al collasso totale della loro capacità di ragionamento.

Questa discrepanza tra ciò che la logica classica prescrive e ciò che effettivamente accade nella pratica del ragionamento ha portato, nella seconda metà del ventesimo secolo, allo sviluppo di sistemi logici alternativi capaci di tollerare le contraddizioni senza collassare nella trivialità. Questi sistemi sono stati chiamati logiche paraconsistenti, dove il prefisso greco "para" significa "oltre" o "accanto", indicando che questi sistemi vanno oltre o si pongono accanto alla consistenza nel senso classico del termine.

## **Le origini storiche e filosofiche delle logiche paraconsistenti**

La storia delle logiche paraconsistenti affonda le sue radici in dibattiti filosofici antichissimi sulla natura della contraddizione e sulla possibilità di verità contraddittorie. Già nella filosofia antica troviamo posizioni che potrebbero essere interpretate come precursori dell'approccio paraconsistente. Eraclito, con la sua enfasi sul divenire e sulla coincidenza degli opposti, sembrava suggerire che la realtà stessa potesse incorporare elementi contraddittori. La sua famosa affermazione secondo cui non è possibile bagnarsi due volte nello stesso fiume perché sia il fiume che la persona cambiano continuamente, può essere letta come un'intuizione proto-dialettica della natura contraddittoria del cambiamento.

Tuttavia, fu Aristotele a stabilire il principio di non contraddizione come la legge più fondamentale del pensiero. Nella *Metafisica*, Aristotele dichiara che è impossibile che la stessa cosa appartenga e non appartenga allo stesso soggetto nello stesso tempo e sotto lo stesso rispetto. Questo principio è stato considerato da Aristotele come talmente fondamentale da non poter essere dimostrato, ma solo difeso dialetticamente contro chi tentasse di negarlo. La difesa aristotelica del principio di non contraddizione ha dominato la filosofia occidentale per oltre due millenni, rendendolo praticamente un dogma incontestabile del pensiero razionale.

Nel diciannovesimo secolo, tuttavia, la dialettica hegeliana introdusse un modo radicalmente nuovo di pensare alle contraddizioni. Per Hegel, la contraddizione non era semplicemente un errore da evitare, ma il motore stesso del progresso concettuale e storico. Ogni concetto, secondo la dialettica hegeliana, contiene intrinsecamente la propria negazione, e dalla tensione tra tesi e antitesi emerge una sintesi che preserva e trascende entrambe. Marx ed Engels adottarono e adattarono questa visione, applicandola all'analisi della società e della storia. Nella visione marxista, le contraddizioni reali esistono nella struttura stessa della società capitalista e sono forze motrici del cambiamento storico.

È importante notare, tuttavia, che la dialettica hegeliana e marxista non costituisce propriamente una logica paraconsistente nel senso tecnico moderno. La questione se Hegel intendesse veramente affermare l'esistenza di contraddizioni vere nella realtà o se usasse il termine "contraddizione" in un senso metaforico o attenuato è oggetto di dibattito filosofico continuo. Ciò che è certo è che la tradizione dialettica creò un clima intellettuale in cui l'idea

di contraddizioni tollerabili o addirittura produttive divenne almeno concepibile, anche se la sua formulazione precisa in termini logici dovette attendere il ventesimo secolo.

Il vero inizio delle logiche paraconsistenti nel senso moderno e tecnico del termine può essere fatto risalire agli anni '50 del ventesimo secolo, con il lavoro pionieristico del logico polacco Stanisław Jaśkowski e del filosofo brasiliano Newton da Costa. Questi due pensatori, lavorando indipendentemente e in contesti culturali molto diversi, giunsero a conclusioni sorprendentemente simili sulla necessità e sulla possibilità di costruire sistemi logici che violassero il principio di esplosione.

Jaśkowski, nel suo articolo del 1948 intitolato "Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems", propose quella che è probabilmente la prima logica paraconsistente formalmente sviluppata. La sua motivazione era essenzialmente pragmatica: voleva costruire un sistema logico che potesse essere utilizzato per ragionare in modo sensato anche quando si fosse in presenza di premesse contraddittorie. La sua intuizione fondamentale fu che, sebbene una contraddizione renda un sistema inconsistente, non deve necessariamente renderlo triviale. Jaśkowski sviluppò un sistema basato sull'idea di logica discussiva, in cui diverse proposizioni contraddittorie potevano essere sostenute da diversi "partecipanti" a una discussione, senza che questo portasse al collasso del discorso complessivo.

Newton da Costa, d'altra parte, sviluppò negli anni '60 una famiglia di sistemi paraconsistenti che chiamò "calcoli Cn" (dove  $n$  varia da 1 a  $\omega$ ), ciascuno dei quali rilassava in modo diverso le leggi della logica classica. Il lavoro di da Costa fu motivato da considerazioni sia matematiche che filosofiche. Dal punto di vista matematico, era interessato alla possibilità di costruire teorie matematiche inconsistenti ma non triviali, che potessero essere utili per studiare oggetti matematici "impossibili" o per modellare situazioni con informazioni contraddittorie. Dal punto di vista filosofico, da Costa era influenzato dalla dialettica e dalla convinzione che il principio di non contraddizione, sebbene utile, non dovesse essere considerato un principio assoluto e inviolabile del ragionamento.

## I fondamenti tecnici delle logiche paraconsistenti

Per comprendere come le logiche paraconsistenti riescano a evitare il principio di esplosione, è necessario esaminare con precisione quale sia il meccanismo logico che nella logica classica permette di derivare qualsiasi proposizione da una contraddizione. Come abbiamo visto nell'introduzione, il principio di esplosione si basa su alcune regole inferenziali basilari che sono accettate nella logica classica.

La derivazione più semplice del principio di esplosione utilizza due regole inferenziali: l'aggiunta disgiuntiva e il sillogismo disgiuntivo. L'aggiunta disgiuntiva permette di inferire "A o B" da "A", indipendentemente da cosa sia B. Il sillogismo disgiuntivo permette di inferire "B" da "A o B" e "non-A". Mettendo insieme queste due regole, da "A" e "non-A" possiamo derivare prima "A o B" (per aggiunta disgiuntiva da "A"), e poi "B" (per sillogismo disgiuntivo da "A o B" e "non-A").

Le logiche paraconsistenti evitano il principio di esplosione modificando o restringendo una o più di queste regole inferenziali fondamentali. Esistono diverse strategie per ottenere questo

risultato, e la scelta tra queste strategie definisce in larga misura le caratteristiche specifiche di un particolare sistema paraconsistente.

Una prima strategia consiste nel modificare la semantica della disgiunzione. Nella logica classica, "A o B" è vero se e solo se almeno uno tra A e B è vero. Alcune logiche paraconsistenti introducono una nozione più forte di disgiunzione, che richiede non solo che almeno uno tra A e B sia vero, ma anche che sia possibile determinare quale dei due lo sia. In questo modo, anche se si ha "A" (e quindi si può inferire "A o B" per aggiunta disgiuntiva), la presenza simultanea di "non-A" non permette di concludere "B", perché non è possibile determinare quale tra A e B renda vera la disgiunzione "A o B".

Una seconda strategia, adottata da da Costa nei suoi calcoli Cn, consiste nell'introdurre un operatore esplicito di consistenza. In questi sistemi, accanto alle proposizioni ordinarie, si hanno proposizioni della forma "°A", che si leggono "A è consistente". La regola del sillogismo disgiuntivo viene modificata in modo tale da richiedere non solo "A o B" e "non-A", ma anche "°A" per poter concludere "B". In questo modo, la semplice presenza di una contraddizione non è sufficiente per derivare qualsiasi cosa, a meno che non si assuma esplicitamente che la proposizione contraddittoria sia consistente, cosa che ovviamente non si fa.

Una terza strategia, particolarmente elegante e influente, è quella sviluppata da Graham Priest e altri nell'ambito della cosiddetta logica della paradossia (Logic of Paradox, LP). Questa strategia si basa su una modifica della semantica vero-funzionale della logica. Nella logica classica, ogni proposizione ha esattamente uno tra due valori di verità: vero o falso. Nella logica LP, si introduce un terzo valore di verità, tipicamente indicato con "b" (da "both", entrambi), che rappresenta proposizioni che sono simultaneamente vere e false. Una proposizione con valore di verità "b" è trattata come vera per quanto riguarda l'affermazione, ma anche come falsa per quanto riguarda la negazione. In questo sistema, una contraddizione significa semplicemente che una proposizione ha valore di verità "b", e questo non porta alla trivialità perché le regole inferenziali sono definite in modo tale da preservare un certo grado di "verità" (nel senso di essere almeno in parte vera), ma non necessariamente la verità piena.

Un aspetto cruciale di tutte le logiche paraconsistenti è che esse devono bilanciare due esigenze apparentemente in tensione: da un lato, devono essere abbastanza deboli da non permettere la derivazione di qualsiasi cosa da una contraddizione; dall'altro, devono essere abbastanza forti da permettere comunque inferenze utili e ragionevoli. Se una logica paraconsistente fosse troppo debole, sarebbe inutilizzabile nella pratica; se fosse troppo forte, collapserebbe nel principio di esplosione.

Questo bilanciamento viene tipicamente ottenuto attraverso quella che potremmo chiamare una "localizzazione" della contraddizione. In una logica paraconsistente ben progettata, una contraddizione riguardante una particolare proposizione A non si propaga automaticamente a proposizioni non correlate. Se abbiamo sia "piove" che "non piove", questo potrebbe permetterci di inferire cose riguardanti la pioggia o il tempo atmosferico, ma non dovrebbe permetterci di inferire conclusioni arbitrarie su argomenti completamente non correlati, come la composizione chimica della luna o il teorema di Pitagora.

Questa proprietà di localizzazione è ciò che rende le logiche paraconsistenti praticamente utili. In un database con milioni di record, alcuni dei quali potrebbero essere contraddittori, vogliamo essere in grado di continuare a fare interrogazioni sensate sulla maggior parte dei dati che non sono coinvolti nella contraddizione. In una teoria scientifica che contiene anomalie in un certo dominio, vogliamo essere in grado di continuare a fare previsioni accurate in altri domini. Le logiche paraconsistenti formalizzano precisamente questo tipo di ragionamento localizzato in presenza di inconsistenza.

## La logica di da Costa e i calcoli Cn

I calcoli Cn sviluppati da Newton da Costa negli anni '60 rappresentano uno dei primi e più influenti tentativi di costruire una gerarchia sistematica di logiche paraconsistenti. Questi sistemi sono particolarmente interessanti perché mostrano come è possibile graduare il grado di paraconsistenza, ottenendo logiche con diverse proprietà e forze inferenziali.

Il calcolo C1, il più debole della gerarchia, è costruito partendo dalla logica proposizionale classica e modificandola in modo minimale per evitare il principio di esplosione. La chiave di questa costruzione è l'introduzione di un operatore di consistenza, indicato con il simbolo " $\circ$ ", che viene usato per controllare l'applicazione di certe regole inferenziali potenzialmente esplosive.

Nel calcolo C1, tutti gli assiomi e le regole della logica classica sono mantenuti, con l'eccezione cruciale che alcune regole inferenziali richiedono esplicitamente che le proposizioni coinvolte siano consistenti. In particolare, la regola che permette di inferire una proposizione arbitraria da una contraddizione viene modificata nel seguente modo: da "A" e "non-A" non si può semplicemente inferire qualsiasi "B", ma si può inferire "B" solo se si ha anche " $\circ$ A", cioè se si sa esplicitamente che A è consistente.

Questa modifica apparentemente semplice ha conseguenze profonde. Significa che una contraddizione locale, riguardante una particolare proposizione A, rimane confinata a quella proposizione e non si propaga automaticamente a tutto il sistema. Se in un database abbiamo informazioni contraddittorie sul fatto che Giovanni sia sposato, questa contraddizione non ci permette di concludere automaticamente che Parigi è in Germania o che due più due fa cinque, a meno che non ci siano connessioni logiche esplicite tra questi fatti.

La formula " $\circ$ A" può essere letta intuitivamente come "A è ben comportata" o "A non è contraddittoria". Formalmente, " $\circ$ A" è definito come l'abbreviazione di "non-(A e non-A)", cioè della negazione della contraddizione esplicita riguardante A. Questo significa che affermare " $\circ$ A" equivale a dire che non si ha simultaneamente A e non-A.

Gli assiomi che governano l'operatore di consistenza nel calcolo C1 sono progettati per catturare l'idea intuitiva che la consistenza sia una proprietà che si propaga attraverso le connessioni logiche in modo controllato. Per esempio, se A è consistente e B è consistente, allora la loro congiunzione "A e B" è tipicamente consistente, a meno che A e B non siano essi stessi in contraddizione l'uno con l'altro. Similmente, se una implicazione "se A allora B" è consistente e A è consistente, allora possiamo aspettarci che anche B sia consistente.

Il calcolo  $C_1$  soddisfa una proprietà cruciale chiamata proprietà di non trivialità forte: è possibile costruire teorie nel calcolo  $C_1$  che sono inconsistenti (cioè che contengono proposizioni contraddittorie) ma non triviali (cioè non tutte le formule sono teoremi). Questo dimostra matematicamente che è possibile avere inconsistenza senza trivialità, contraddicendo l'assunzione classica che le due cose vadano necessariamente insieme.

Da Costa costruì poi una gerarchia di calcoli sempre più forti, denotati  $C_2$ ,  $C_3$ , fino a  $C_\omega$ , ciascuno dei quali rilassa ulteriormente le restrizioni sulla derivabilità. Il calcolo  $C_2$ , per esempio, permette contraddizioni non solo al livello delle proposizioni atomiche, ma anche al livello delle formule molecolari, cioè delle formule costruite usando connettivi logici. Il calcolo  $C_3$  va ancora oltre, permettendo contraddizioni anche al livello delle implicazioni. Il calcolo  $C_\omega$  rappresenta il limite di questa gerarchia e corrisponde a un sistema in cui le contraddizioni sono tollerate a tutti i livelli della gerarchia logica.

Un aspetto notevole dei calcoli  $C_n$  è che essi mantengono molte delle proprietà desiderabili della logica classica. Per esempio, soddisfano il teorema di deduzione, che afferma che se da un insieme di premesse  $\Gamma$  insieme ad  $A$  si può derivare  $B$ , allora da  $\Gamma$  da solo si può derivare "se  $A$  allora  $B$ ". Soddisfano anche forme appropriate di completezza semantica, il che significa che esistono semantiche ben definite rispetto alle quali i calcoli sono completi nel senso che tutto ciò che è semanticamente valido è anche sintatticamente derivabile.

Tuttavia, i calcoli  $C_n$  non sono senza limitazioni. Una critica che è stata mossa a questi sistemi è che l'operatore di consistenza è in un certo senso una soluzione ad hoc al problema dell'esplosione. L'introduzione di " $\circ$ " come primitivo richiede al ragionatore di tenere traccia esplicitamente di quali proposizioni sono consistenti e quali no, cosa che può essere onerosa nella pratica. Inoltre, non è sempre chiaro come determinare nella pratica se una particolare proposizione debba essere considerata consistente o meno, specialmente in domini in cui l'informazione è incompleta o incerta.

Nonostante queste criticità, i calcoli  $C_n$  hanno avuto un'influenza enorme sullo sviluppo successivo delle logiche paraconsistenti. Hanno dimostrato concretamente che è possibile costruire sistemi logici rigorosi e matematicamente ben fondati che violano il principio di esplosione. Hanno anche ispirato molte generalizzazioni e varianti, incluse versioni predicative (cioè estese con quantificatori) e versioni modali (cioè estese con operatori di necessità e possibilità).

## La logica della paradossia e il dialeteismo

Un approccio molto diverso alle logiche paraconsistenti, ma ugualmente influente, è rappresentato dalla logica della paradossia (Logic of Paradox, LP), sviluppata da Graham Priest e altri filosofi e logici interessati al problema dei paradossi semantici e logici. Questo approccio non solo fornisce una logica paraconsistente tecnicamente elegante, ma è anche intimamente connesso a una posizione filosofica chiamata dialeteismo, secondo la quale alcune contraddizioni sono effettivamente vere.

Il punto di partenza della logica LP è una riflessione sui paradossi classici che hanno tormentato la logica e la matematica per secoli. Il più famoso di questi è probabilmente il paradosso del mentitore, che si presenta nella sua forma più semplice come la frase "questa

frase è falsa". Se la frase è vera, allora ciò che essa afferma (che è falsa) deve essere il caso, quindi è falsa. Ma se è falsa, allora ciò che essa afferma è il caso, quindi è vera. Sembra quindi che la frase debba essere sia vera che falsa simultaneamente.

Nella logica classica, questo paradosso è tipicamente trattato come indicativo di qualche problema nella formulazione del paradosso stesso. Le soluzioni classiche includono la teoria dei tipi di Russell, che proibisce l'auto-riferimento del tipo mostrato nel paradosso del mentitore, e la gerarchia tarskiana dei linguaggi, che distingue tra linguaggio oggetto e metalinguaggio in modo da bloccare la possibilità di formulare il paradosso. Tutte queste soluzioni hanno in comune il fatto di rifiutare l'idea che il paradosso possa essere preso al valore facciale, cioè che esistano davvero frasi che sono simultaneamente vere e false.

Il dialeteismo, al contrario, suggerisce di prendere il paradosso seriamente e di accettare che alcune frasi, in particolare quelle paradossali, siano effettivamente sia vere che false. Secondo questa visione, il mondo (o almeno il mondo delle verità logiche e matematiche) contiene genuinamente delle contraddizioni vere, chiamate dialeteie (dal greco "di-aletheia", doppia verità).

La logica LP fornisce un quadro formale per il dialeteismo. Come abbiamo accennato precedentemente, LP è una logica trivalente, cioè una logica in cui le proposizioni possono avere uno tra tre valori di verità: vero (indicato con "t" da "true"), falso (indicato con "f" da "false"), o entrambi (indicato con "b" da "both"). Il valore "b" rappresenta proposizioni che sono simultaneamente vere e false, cioè le dialeteie.

Le tabelle di verità per i connettivi logici nella logica LP sono definite in modo da estendere naturalmente quelle della logica classica. Per esempio, una congiunzione "A e B" è vera (ha valore "t") se e solo se entrambi A e B hanno valore "t". È falsa (ha valore "f") se e solo se almeno uno tra A e B ha valore "f". Ha valore "b" se almeno uno tra A e B ha valore "b" e nessuno ha valore "f". Questa definizione cattura l'idea che una congiunzione eredita il "peggiore" dei valori di verità dei suoi congiunti, dove "b" è considerato migliore di "f" (perché include almeno una componente di verità) ma peggiore di "t".

Una caratteristica cruciale della logica LP è la definizione della relazione di conseguenza logica. Nella logica classica, diciamo che B è una conseguenza logica di A se e solo se ogni volta che A è vero, anche B è vero. Nella logica LP, questa definizione viene modificata: B è una conseguenza logica di A se e solo se in ogni modello in cui A è almeno in parte vero (cioè ha valore "t" o "b"), B è anch'esso almeno in parte vero. Questo criterio di "preservazione della verità designata" è ciò che impedisce il principio di esplosione in LP.

Per vedere come funziona, consideriamo il tentativo di derivare una proposizione arbitraria B da una contraddizione. Supponiamo di avere sia A che non-A. Nella logica LP, questo significa che A ha valore "b": è sia vero che falso. Ma questo non ci permette di concludere che qualsiasi proposizione B è almeno in parte vera. Infatti, B potrebbe avere valore "f" anche se A ha valore "b". Quindi la regola di esplosione non vale in LP.

Il dialeteismo e la logica LP sono stati oggetto di intenso dibattito filosofico. I critici sostengono che accettare contraddizioni vere vada contro l'intuizione fondamentale che la realtà non può essere contraddittoria. Obiettano anche che il dialeteismo rende difficile o impossibile esprimere un genuino disaccordo: se qualcuno afferma "A" e qualcun altro

afferma "non-A", un dialeteista potrebbe dire che entrambi hanno ragione, rendendo così impossibile il dibattito razionale.

I difensori del dialeteismo rispondono che queste obiezioni sono basate su pregiudizi derivati dalla logica classica. Sostengono che il dialeteismo non elimina il disaccordo ma lo ridefinisce: un genuino disaccordo esiste quando qualcuno afferma che A è solo vero e qualcun altro afferma che A è solo falso, mentre un dialeteista afferma che A è sia vero che falso. Inoltre, sostengono che il dialeteismo fornisce la migliore soluzione ai paradossi semantici, evitando le complicazioni e le restrizioni artificiali delle soluzioni classiche.

Un aspetto interessante della logica LP è che essa è strettamente connessa a un'altra logica importante chiamata K3 (la logica trivalente di Kleene forte). K3 ha la stessa semantica trivalente di LP, con gli stessi valori di verità "t", "f", e "b", e le stesse tabelle di verità per i connettivi. La differenza cruciale sta nella definizione di conseguenza logica: mentre in LP la conseguenza logica preserva l'essere almeno in parte vero (cioè i valori "t" e "b" sono designati), in K3 la conseguenza logica preserva l'essere completamente vero (cioè solo "t" è designato).

Questa differenza tecnica ha conseguenze filosofiche profonde. K3 è una logica epistemica, progettata per modellare situazioni in cui la verità di alcune proposizioni è semplicemente sconosciuta o indeterminata. Il valore "b" in K3 rappresenta un gap nella conoscenza piuttosto che una genuina contraddizione nella realtà. LP, al contrario, è una logica ontologica, progettata per modellare situazioni in cui la realtà stessa contiene contraddizioni genuine.

## **Applicazioni delle logiche paraconsistenti nell'informatica**

Uno dei campi in cui le logiche paraconsistenti hanno trovato applicazioni pratiche più immediate e significative è l'informatica, in particolare nell'ambito dei sistemi di gestione dell'informazione, dell'intelligenza artificiale e dell'ingegneria del software. In tutti questi domini, la necessità di ragionare in presenza di informazioni inconsistenti è non solo comune ma praticamente inevitabile.

Consideriamo il caso dei database e dei sistemi informativi distribuiti. In un'organizzazione moderna, l'informazione proviene tipicamente da molteplici fonti diverse: diversi dipartimenti, diverse sedi, diversi sistemi informatici legacy che potrebbero non comunicare perfettamente tra loro. È estremamente comune che queste diverse fonti forniscano informazioni che, quando aggregate, risultano essere inconsistenti tra loro. Due database potrebbero registrare età diverse per la stessa persona, o un sistema potrebbe indicare che una transazione è stata completata mentre un altro sistema indica che è ancora in corso.

Nella prospettiva della logica classica, l'unica risposta razionale a questa situazione sarebbe quella di rifiutare l'intero database come inutilizzabile fino a quando le inconsistenze non vengono risolte. Ma questa soluzione è chiaramente impraticabile: richiederebbe di sospendere tutte le operazioni ogni volta che viene rilevata un'inconsistenza, cosa che potrebbe accadere continuamente in sistemi grandi e complessi. Inoltre, la risoluzione delle

inconsistenze potrebbe richiedere tempo considerevole e potrebbe non essere sempre possibile determinare quale delle informazioni contraddittorie sia quella corretta.

Le logiche paraconsistenti offrono un'alternativa: permettono al sistema di continuare a operare e a rispondere a interrogazioni anche in presenza di inconsistenze, restituendo risposte ragionevoli per le interrogazioni che non coinvolgono direttamente le parti inconsistenti del database. Questa capacità di "compartimentalizzare" le inconsistenze è precisamente ciò che rende le logiche paraconsistenti così preziose in questo contesto.

Sono stati sviluppati diversi sistemi di database paraconsistenti che implementano questo approccio. Questi sistemi tipicamente utilizzano semantiche a quattro valori o a più valori, estendendo la logica LP con valori aggiuntivi per catturare sfumature come "sconosciuto", "inapplicabile", o diversi gradi di credenza. Quando viene effettuata un'interrogazione su un database paraconsistente, il sistema può restituire non solo un valore ma anche informazioni sullo stato epistemico di quel valore (se è certo, incerto, o contraddittorio), permettendo all'utente di valutare l'affidabilità della risposta.

Un altro campo di applicazione importante è l'integrazione delle ontologie nell'ambito del web semantico e dei sistemi di rappresentazione della conoscenza. Un'ontologia è essenzialmente un vocabolario condiviso per un certo dominio di conoscenza, che specifica quali concetti esistono nel dominio e come questi concetti sono correlati tra loro. Quando diverse ontologie sviluppate da gruppi diversi devono essere integrate, è molto comune che emergano inconsistenze: un'ontologia potrebbe classificare i cani come sottoclasse dei mammiferi domestici, mentre un'altra potrebbe classificarli come sottoclasse dei carnivori, e queste due classificazioni potrebbero entrare in conflitto con altre assunzioni del sistema combinato.

Le logiche paraconsistenti permettono di lavorare con ontologie inconsistenti in modo produttivo, derivando conclusioni che sono supportate dalla maggior parte delle fonti disponibili anche quando non c'è accordo completo. Sono stati sviluppati algoritmi di ragionamento paraconsistente specificamente per questo scopo, che permettono di effettuare inferenze in ontologie integrate mantenendo traccia delle fonti di informazione e del grado di supporto per diverse conclusioni.

Nell'ambito dell'intelligenza artificiale, le logiche paraconsistenti hanno trovato applicazione nei sistemi di ragionamento basati sulla conoscenza, dove un agente intelligente deve operare in un ambiente complesso e potenzialmente contraddittorio. I sistemi di ragionamento non-monotono, che permettono di ritrattare conclusioni precedenti alla luce di nuova informazione, beneficiano particolarmente dell'approccio paraconsistente. Durante le fasi transitorie in cui vecchie e nuove informazioni coesistono temporaneamente nel sistema, possono emergere contraddizioni che devono essere tollerate fino a quando il processo di revisione della credenza non è completato.

I sistemi multi-agente rappresentano un altro dominio naturale per l'applicazione delle logiche paraconsistenti. In un sistema multi-agente, diversi agenti autonomi con diverse basi di conoscenza e diversi obiettivi devono interagire e coordinarsi. È inevitabile che questi agenti possano avere credenze contraddittorie: un agente potrebbe credere che un certo ristorante sia aperto mentre un altro agente crede che sia chiuso, basandosi su informazioni diverse o su esperienze passate diverse. Un sistema di coordinamento paraconsistente può

permettere a questi agenti di comunicare e collaborare efficacemente nonostante queste discrepanze, senza che il sistema collassi o richieda una risoluzione immediata di ogni conflitto.

Nel campo dell'ingegneria del software, le logiche paraconsistenti sono state applicate alla verifica e validazione del software, specialmente nella gestione delle specifiche contraddittorie. Durante lo sviluppo di sistemi software complessi, specialmente in contesti in cui molteplici stakeholder forniscono requisiti, è molto comune che emergano requisiti contraddittori. Un utente potrebbe richiedere che il sistema sia estremamente sicuro con autenticazione multi-fattore obbligatoria, mentre un altro potrebbe richiedere che l'accesso sia il più rapido e fluido possibile. Queste richieste sono in tensione se non apertamente contraddittorie.

Le tecniche di analisi dei requisiti basate su logiche paraconsistenti permettono di identificare, documentare e analizzare queste contraddizioni senza bloccare il processo di sviluppo. Il sistema può essere analizzato sotto diverse "viste" che corrispondono a diverse risoluzioni possibili delle contraddizioni, permettendo agli sviluppatori di comprendere le implicazioni di diverse scelte progettuali prima che venga presa una decisione finale.

Un'applicazione particolarmente innovativa delle logiche paraconsistenti è nel campo del debugging e dell'analisi del codice. Durante il processo di debugging, un programmatore potrebbe avere ipotesi contraddittorie su cosa stia causando un bug. Un sistema di supporto al debugging basato su logica paraconsistente può lavorare simultaneamente con tutte queste ipotesi contraddittorie, esplorando le loro conseguenze logiche e aiutando il programmatore a identificare quale ipotesi (o quale combinazione di ipotesi) è più coerente con il comportamento osservato del programma.

## **Il ragionamento con credenze paraconsistenti**

Uno degli sviluppi più interessanti nella teoria delle logiche paraconsistenti è l'applicazione di questi sistemi alla modellazione del ragionamento basato su credenze e alla teoria della revisione delle credenze. Gli esseri umani mantengono regolarmente insiemi di credenze che, a un'analisi attenta, risultano essere inconsistenti, eppure riescono a ragionare in modo produttivo nonostante questa inconsistenza. Una teoria adeguata del ragionamento umano deve quindi essere in grado di dare conto di questo fenomeno.

La teoria classica della revisione delle credenze, sviluppata principalmente da Alchourrón, Gärdenfors e Makinson negli anni '80, assume implicitamente che gli agenti razionali mantengano sempre insiemi di credenze consistenti. Quando nuova informazione entra in conflitto con le credenze esistenti, la teoria prescrive come l'agente dovrebbe modificare le proprie credenze per eliminare l'inconsistenza, tipicamente rimuovendo le credenze meno consolidate o meno centrali. Questo approccio, sebbene elegante dal punto di vista matematico, non cattura accuratamente come gli esseri umani effettivamente gestiscono le credenze contraddittorie.

Gli esseri umani spesso tollerano credenze contraddittorie per periodi di tempo considerevoli, specialmente quando la contraddizione non è immediatamente evidente o quando riguarda domini diversi della loro conoscenza. Per esempio, una persona potrebbe

credere che tutti i mammiferi partoriscono figli vivi e anche credere che l'ornitorinco sia un mammifero e deponga uova, senza rendersi conto della contraddizione o senza sentire il bisogno urgente di risolverla. Questa capacità di compartimentalizzare le credenze e di ragionare localmente anche in presenza di inconsistenze globali è precisamente ciò che le logiche paraconsistenti permettono di modellare.

Sono state sviluppate diverse teorie paraconsistenti della revisione delle credenze che estendono e modificano la teoria classica per permettere la tolleranza temporanea di inconsistenze. In questi sistemi, la revisione delle credenze non è più vista come un processo che deve necessariamente eliminare immediatamente ogni inconsistenza, ma piuttosto come un processo che gestisce e minimizza le inconsistenze nel tempo, dando priorità alla risoluzione di quelle più problematiche o più rilevanti per i compiti attuali dell'agente.

Un concetto chiave in questo contesto è quello di "contrazione paraconsistente". Nella teoria classica, quando si scopre che un insieme di credenze è inconsistente, si deve contrarre l'insieme rimuovendo alcune credenze fino a ripristinare la consistenza. Nella teoria paraconsistente, la contrazione può essere vista come un processo più graduale e selettivo, in cui si rimuovono credenze principalmente per ridurre il "danno logico" causato dall'inconsistenza piuttosto che per eliminarla completamente.

Le logiche paraconsistenti permettono anche di definire nozioni più sofisticate di implicazione tra credenze. Nella logica classica, se un insieme di credenze implica sia A che non-A, allora implica qualsiasi cosa, rendendo il concetto di implicazione completamente inutile in presenza di inconsistenza. Nelle logiche paraconsistenti, possiamo definire nozioni di implicazione che continuano ad essere significative anche in presenza di alcune contraddizioni. Per esempio, possiamo dire che un insieme di credenze implica paraconsistentemente B se B può essere derivato usando solo le "parti consistenti" dell'insieme, o se B è supportato dalla maggior parte delle credenze anche se alcune sono contraddittorie.

Questo approccio ha importanti applicazioni nella modellazione del ragionamento del senso comune. Il ragionamento del senso comune si caratterizza per la capacità di trarre conclusioni plausibili basandosi su conoscenza incompleta e potenzialmente inconsistente. Un sistema di ragionamento del senso comune basato su logica paraconsistente può gestire situazioni in cui diverse regole euristiche suggeriscono conclusioni contraddittorie, valutandole e bilanciandole piuttosto che collassando nella trivialità.

Per esempio, di fronte all'affermazione "Tweety è un uccello", il ragionamento del senso comune suggerirebbe normalmente che Tweety può volare, basandosi sulla regola generale che gli uccelli volano. Ma se apprendiamo anche che "Tweety è un pinguino", questa conclusione viene messa in discussione, poiché i pinguini sono uccelli che non volano. In un sistema classico, queste due regole ("gli uccelli volano" e "i pinguini sono uccelli che non volano") potrebbero portare a una contraddizione. In un sistema paraconsistente, invece, possiamo mantenere entrambe le regole e utilizzare meccanismi di priorità o di specificità per determinare quale conclusione sia più appropriata nel contesto specifico, senza dover necessariamente eliminare una delle regole.

## Le logiche paraconsistenti e i paradossi filosofici

Al di là delle applicazioni pratiche nell'informatica e nella teoria del ragionamento, le logiche paraconsistenti hanno profonde implicazioni per alcuni dei problemi filosofici più antichi e persistenti, in particolare quelli riguardanti i paradossi logici e semantici. Come abbiamo già discusso nel contesto del dialeteismo, l'approccio paraconsistente ai paradossi rappresenta un'alternativa radicale alle soluzioni classiche che hanno dominato la filosofia analitica per gran parte del ventesimo secolo.

Il paradosso del mentitore, nella sua forma più semplice "questa frase è falsa", ha tormentato i filosofi almeno dai tempi degli antichi Greci. Epimenide di Creta affermò che "tutti i cretesi sono bugiardi", creando un paradosso auto-referenziale che ha sfidato i pensatori per millenni. Nel ventesimo secolo, il paradosso ha acquisito urgenza matematica quando Bertrand Russell scoprì che un paradosso simile (il paradosso di Russell) minacciava i fondamenti stessi della matematica e della teoria degli insiemi.

Le soluzioni classiche a questi paradossi, come la teoria dei tipi di Russell o la gerarchia dei linguaggi di Tarski, procedono tutte impedendo la formulazione del paradosso attraverso restrizioni sintattiche o semantiche. La teoria dei tipi proibisce la formazione di insiemi che contengono se stessi, mentre la gerarchia tarskiana separa il linguaggio in livelli, con ciascun livello che può parlare solo della verità delle frasi nei livelli inferiori. Queste soluzioni sono tecnicamente eleganti e hanno permesso lo sviluppo sicuro della matematica moderna, ma comportano costi significativi in termini di espressività e naturalezza.

L'approccio paraconsistente, esemplificato dalla logica LP e dalla filosofia dialeteista, suggerisce invece di prendere i paradossi al valore facciale: le frasi paradossali sono effettivamente sia vere che false, e questo è semplicemente un fatto sulla struttura logica del linguaggio e della verità. Questa soluzione evita le restrizioni artificiali delle soluzioni classiche e permette un trattamento più naturale e diretto dei paradossi.

Un esempio particolarmente interessante è il paradosso di Curry, una versione più complessa del paradosso del mentitore che utilizza l'implicazione condizionale. Considera la frase "Se questa frase è vera, allora Dio esiste". Se la frase è vera, allora per modus ponens (dato che la frase stessa è l'antecedente del condizionale) dobbiamo concludere che Dio esiste. Ma questo significa che l'implicazione è vera (il suo antecedente implica effettivamente il suo conseguente), quindi la frase nel suo insieme è vera. Quindi, attraverso questo ragionamento, possiamo apparentemente dimostrare l'esistenza di Dio, o di fatto qualsiasi altra proposizione, partendo solo da una frase auto-referenziale.

Il paradosso di Curry è particolarmente insidioso perché non utilizza la negazione, quindi non può essere risolto semplicemente permettendo contraddizioni. Le soluzioni paraconsistenti a questo paradosso tipicamente coinvolgono un'analisi attenta delle proprietà dell'implicazione condizionale e delle condizioni sotto cui il modus ponens può essere applicato in modo sicuro. Alcuni sistemi paraconsistenti propongono di distinguere tra diversi tipi di implicazione o di restringere l'applicazione del modus ponens in contesti auto-referenziali.

Oltre ai paradossi semantici come quello del mentitore, le logiche paraconsistenti sono state applicate anche ai paradossi epistemici, come il paradosso del sapere. Considera la seguente frase: "Io non so che questa frase è vera". Se è vero che non so che la frase è vera, allora la frase è vera, e quindi sembra che io sappia che è vera (dato che l'ho appena dedotto), contraddicendo ciò che la frase afferma. Ma se so che la frase è vera, allora ciò che afferma (che non lo so) è falso, di nuovo una contraddizione.

I paradossi epistemici sollevano questioni profonde sulla natura della conoscenza e della giustificazione. L'approccio paraconsistente suggerisce che in certe situazioni paradossali, potremmo dover accettare che sia vero sia che sappiamo qualcosa sia che non lo sappiamo, o che una credenza sia sia giustificata che non giustificata. Questo può sembrare controintuitivo, ma i dialeteisti sostengono che è preferibile accettare queste contraddizioni localizzate piuttosto che imporre restrizioni artificiali sul linguaggio epistemico o sulla struttura della conoscenza.

Un altro dominio filosofico in cui le logiche paraconsistenti hanno trovato applicazione è l'etica e la filosofia morale. I dilemmi morali genuini, situazioni in cui sembriamo avere obblighi morali conflittuali che non possono essere simultaneamente soddisfatti, possono essere interpretati come casi di contraddizione morale. Per esempio, se ho promesso a due amici di aiutarli in momenti che si rivelano coincidere, e non posso fisicamente aiutare entrambi, sembro avere simultaneamente l'obbligo di aiutare il primo amico e l'obbligo di aiutare il secondo, ma anche l'obbligo di non fare entrambe le cose (dato che è impossibile).

L'approccio paraconsistente ai dilemmi morali suggerisce che questi rappresentano genuini conflitti normativi in cui abbiamo obblighi contraddittori, e che la risposta corretta non è necessariamente eliminare uno degli obblighi o trovare una via per armonizzarli, ma riconoscere la contraddizione e fare il meglio possibile date le circostanze. Questo approccio rispetta l'intuizione che anche dopo aver scelto di aiutare uno dei due amici, non abbiamo semplicemente eliminato l'obbligo verso l'altro; abbiamo piuttosto fatto una scelta tragica in cui un obbligo genuino è stato inevitabilmente violato.

## **Le logiche paraconsistenti nella scienza e nella metodologia scientifica**

Un'area di applicazione forse sorprendente delle logiche paraconsistenti è la filosofia della scienza e la metodologia scientifica. La pratica scientifica reale spesso coinvolge il lavoro con teorie che contengono anomalie, inconsistenze o contraddizioni apparenti, eppure gli scienziati continuano a fare progressi e a derivare previsioni utili da queste teorie problematiche.

Il filosofo della scienza Thomas Kuhn, nella sua influente opera "La struttura delle rivoluzioni scientifiche", osservò che durante i periodi di "scienza normale", gli scienziati lavorano all'interno di un paradigma che potrebbe contenere anomalie irrisolte, cioè fenomeni che la teoria corrente non riesce a spiegare adeguatamente o che sembrano contraddire le predizioni della teoria. Queste anomalie non portano all'abbandono immediato del paradigma, ma vengono piuttosto tollerate e studiate, spesso per decenni, fino a quando non si accumula una crisi sufficiente a provocare una rivoluzione scientifica.

Questo comportamento scientifico sembra violare i dettami della logica classica, che richiederebbero l'abbandono immediato di qualsiasi teoria che si dimostri inconsistente. Le logiche paraconsistenti offrono una modellazione più accurata di come la scienza effettivamente funziona, permettendo di continuare a lavorare con teorie parzialmente inconsistenti mentre si cerca di risolvere le anomalie o di sviluppare teorie alternative.

Un esempio storico illuminante è fornito dalla meccanica classica nel diciannovesimo secolo. Dopo che Maxwell formulò le sue equazioni dell'elettromagnetismo, divenne chiaro che queste erano in qualche modo incompatibili con la meccanica newtoniana, particolarmente riguardo alla questione della relatività del moto e dell'esistenza dell'etere. Questa inconsistenza fu riconosciuta da molti fisici dell'epoca, ma non portò all'abbandono né della meccanica newtoniana né dell'elettromagnetismo maxwelliano. Piuttosto, entrambe le teorie continuarono ad essere utilizzate con successo nei loro rispettivi domini, con gli scienziati che lavoravano simultaneamente con due quadri teorici parzialmente incompatibili.

Dal punto di vista della logica classica, questa situazione è incoerente: se si accettano sia la meccanica newtoniana che l'elettromagnetismo maxwelliano, e questi sono inconsistenti tra loro, allora si dovrebbe poter derivare qualsiasi proposizione. Ma ovviamente i fisici del diciannovesimo secolo non concludevano che la luna fosse fatta di formaggio o che due più due facesse cinque. Invece, erano perfettamente capaci di fare inferenze sensate all'interno di ciascun quadro teorico e anche di coordinare tra i due quadri in modi pragmaticamente utili.

Le logiche paraconsistenti forniscono un quadro formale per comprendere questo tipo di ragionamento scientifico. Un sistema di logica scientifica paraconsistente potrebbe permettere di derivare conseguenze da diverse teorie anche quando queste teorie sono mutualmente inconsistenti, purché le inferenze rimangano locali e non si propaghino in modo incontrollato attraverso le frontiere teoriche.

Un altro contesto rilevante è quello della modellazione scientifica e dell'idealizzazione. I modelli scientifici sono tipicamente idealizzazioni che incorporano assunzioni che si sa essere false o approssimazioni. Per esempio, la maggior parte dei modelli in fisica assume l'assenza di attrito o tratta oggetti estesi come punti materiali. Queste assunzioni idealizzanti possono portare a inconsistenze quando confrontate con la descrizione completa del sistema reale.

Un approccio paraconsistente alla modellazione scientifica riconosce che i modelli sono intrinsecamente approssimati e potenzialmente inconsistenti con descrizioni più dettagliate, ma sono comunque estremamente utili per certi scopi. La questione non è se un modello sia completamente coerente con la realtà in ogni dettaglio, ma se sia sufficientemente accurato per il compito specifico per cui viene utilizzato. Un sistema di ragionamento scientifico basato su logica paraconsistente potrebbe permettere di lavorare simultaneamente con molteplici modelli di diverso grado di idealizzazione, derivando conclusioni appropriate da ciascuno senza richiedere che tutti i modelli siano mutualmente consistenti.

Le logiche paraconsistenti sono state anche applicate alla comprensione dei cambiamenti teorici nella scienza. Durante una transizione da una teoria a un'altra, come dalla meccanica newtoniana alla relatività einsteiniana, c'è tipicamente un periodo in cui entrambe le teorie coesistono nella pratica scientifica. I termini teorici della vecchia teoria (come "massa" nella

meccanica newtoniana) potrebbero non avere significati completamente compatibili con i termini corrispondenti nella nuova teoria (come "massa relativistica" nella relatività speciale). Questo porta a una forma di incommensurabilità parziale tra le teorie.

Un quadro paraconsistente può modellare questa situazione permettendo che proposizioni formulate nella vecchia terminologia e proposizioni formulate nella nuova terminologia coesistano temporaneamente, anche quando sono in tensione o contraddizione. Questo cattura meglio il processo reale del cambiamento scientifico rispetto a modelli che assumono sostituzioni istantanee e complete di una teoria con un'altra.

## La semantica delle logiche paraconsistenti

Per comprendere veramente le logiche paraconsistenti a un livello più profondo, è essenziale esaminare la loro semantica, cioè la teoria matematica che specifica quando le formule sono vere o false e che fornisce i criteri per la validità delle inferenze. La semantica delle logiche paraconsistenti differisce significativamente da quella della logica classica, e queste differenze riflettono le diverse concezioni della verità e della contraddizione sottostanti.

La semantica della logica classica è una semantica a due valori: ogni proposizione è o vera o falsa, e mai entrambe. Questa bivalenza è così profondamente radicata nel pensiero logico occidentale che può essere difficile anche immaginare alternative. Ma le logiche paraconsistenti richiedono precisamente alternative di questo tipo.

Come abbiamo visto, alcune logiche paraconsistenti come LP utilizzano una semantica trivalente, con valori di verità "vero", "falso", e "entrambi". Ma esistono anche approcci semantici molto diversi. Una famiglia importante di semantiche paraconsistenti è basata sull'idea di semantiche a mondi multipli o a stati di verità non standard.

Nella semantica dei mondi possibili, che è familiare dalla logica modale, una formula è valutata non semplicemente come vera o falsa, ma come vera o falsa in diversi mondi possibili. Una formula è necessariamente vera se è vera in tutti i mondi possibili, possibilmente vera se è vera in almeno un mondo possibile. Le logiche paraconsistenti possono utilizzare varianti di questa semantica in cui la relazione di accessibilità tra mondi o le condizioni di verità per le formule sono modificate in modi che invalidano il principio di esplosione.

Per esempio, una semantica paraconsistente potrebbe valutare le formule rispetto a insiemi di mondi piuttosto che singoli mondi. Una formula A sarebbe vera in un insieme di mondi se è vera nella maggioranza di quei mondi, o se è vera nei mondi "più normali" o "più centrali" dell'insieme. In questo quadro, una contraddizione significa semplicemente che A è vera in alcuni mondi dell'insieme e falsa in altri, ma questo non implica che qualsiasi formula B sia vera nell'insieme.

Un altro approccio semantico influente è quello delle semantiche basate su valutazioni parziali o su informazioni incomplete. In queste semantiche, associate particolarmente a logiche come la logica di Belnap (nota anche come logica FDE, First-Degree Entailment), ogni proposizione è valutata rispetto a quattro possibili stati epistemic: "solo vero" (told true

only), "solo falso" (told false only), "sia vero che falso" (told both true and false), e "né vero né falso" (told neither).

Questa semantica può essere visualizzata geometricamente come un quadrato, con "solo vero" e "solo falso" su lati opposti, "sia vero che falso" sopra (rappresentando sovra-informazione o informazione contraddittoria) e "né vero né falso" sotto (rappresentando sotto-informazione o mancanza di informazione). I connettivi logici sono definiti in termini di come trasformano questi quattro valori, in modi che generalizzano le tabelle di verità classiche ma permettono la presenza simultanea di verità e falsità.

La logica FDE è particolarmente interessante perché è contemporaneamente paraconsistente (tollerando contraddizioni) e paracompleta (tollerando gap informativi). È stata applicata con successo alla modellazione di sistemi informativi in cui l'informazione può essere sia incompleta che inconsistente, situazione estremamente comune nei database distribuiti e nei sistemi multi-agente.

Un'altra classe importante di semantiche paraconsistenti è quella delle semantiche algebriche. Nella tradizione algebrica della logica, i sistemi logici sono studiati non primariamente attraverso tabelle di verità o mondi possibili, ma attraverso strutture algebriche che catturano le operazioni logiche fondamentali. La logica classica corrisponde alle algebre booleane, strutture algebriche con certe proprietà specifiche. Le logiche paraconsistenti corrispondono tipicamente a strutture algebriche più generali che rilassano alcune delle leggi delle algebre booleane.

Per esempio, nelle algebre booleane vale la legge della contrapposizione: da "se A allora B" si può derivare "se non-B allora non-A". Questa legge, combinata con altre leggi booleane, porta al principio di esplosione. Alcune algebre paraconsistenti (come le algebre di da Costa) mantengono molte leggi booleane ma indeboliscono o eliminano la contrapposizione, bloccando così la derivazione dell'esplosione.

Lo studio algebrico delle logiche paraconsistenti ha portato a profondi risultati matematici sulla struttura di questi sistemi e sulle relazioni tra di loro. Ha anche facilitato lo sviluppo di metodi computazionali efficienti per il ragionamento paraconsistente, poiché le operazioni algebriche si prestano naturalmente all'implementazione algoritmica.

Un aspetto della semantica delle logiche paraconsistenti che merita particolare attenzione è il trattamento della negazione. Nella logica classica, la negazione ha proprietà molto specifiche: è involutiva (la doppia negazione di A è equivalente ad A), obbedisce alle leggi di De Morgan, e è strettamente legata alla contraddizione attraverso il principio di non contraddizione. Nelle logiche paraconsistenti, la negazione può avere proprietà molto diverse.

Alcune logiche paraconsistenti distinguono tra diversi tipi di negazione. Per esempio, possono avere sia una "negazione debole" che non porta necessariamente all'esplosione in presenza di contraddizione, sia una "negazione forte" che si comporta più come la negazione classica ma è soggetta a restrizioni sul suo uso. La negazione debole potrebbe essere interpretata come esprimendo una forma di "incompatibilità pratica" o "evidenza contro", mentre la negazione forte esprimerebbe una contraddizione assoluta.

Questa molteplicità di negazioni riflette il fatto che nella pratica del ragionamento umano, ci sono effettivamente diverse forme di opposizione o conflitto tra proposizioni. Dire che qualcosa "non è rosso" potrebbe significare che è di un colore diverso (esclusione positiva), o potrebbe semplicemente significare l'assenza di informazione che sia rosso (esclusione per mancanza di evidenza), o potrebbe significare che c'è evidenza positiva contro la rossezza. Una teoria logica che distingue tra questi diversi sensi di negazione può essere più espressiva e più vicina al ragionamento naturale.

## **Le logiche paraconsistenti e la teoria della computazione**

Le connessioni tra le logiche paraconsistenti e la teoria della computazione sono profonde e bidirezionali. Da un lato, la teoria della computazione fornisce strumenti per studiare le proprietà computazionali delle logiche paraconsistenti, come la decidibilità e la complessità del ragionamento paraconsistente. Dall'altro lato, le logiche paraconsistenti forniscono quadri teorici per comprendere e gestire comportamenti computazionali anomali, errori e inconsistenze nei sistemi software.

Dal punto di vista della complessità computazionale, una domanda fondamentale riguarda la difficoltà di determinare se una formula è un teorema in un dato sistema paraconsistente, o se una formula è conseguenza paraconsistente di un insieme di premesse. Per molte logiche paraconsistenti, questi problemi di decisione si rivelano essere computazionalmente trattabili, cioè risolvibili in tempo polinomiale rispetto alla dimensione dell'input. Questo è un vantaggio significativo rispetto ad alcuni altri tipi di logiche non-classiche, come molte logiche modali, per cui il ragionamento può essere computazionalmente molto costoso.

La trattabilità computazionale di molte logiche paraconsistenti le rende particolarmente attraenti per applicazioni pratiche. Per esempio, nel contesto dei database paraconsistenti che abbiamo discusso precedentemente, è cruciale che le interrogazioni possano essere processate efficientemente anche quando il database contiene inconsistenze. Se il ragionamento paraconsistente richiedesse risorse computazionali esponenziali, il sistema sarebbe inutilizzabile nella pratica.

Tuttavia, non tutte le logiche paraconsistenti sono computazionalmente trattabili. Alcune estensioni delle logiche paraconsistenti di base, per esempio quelle che incorporano quantificatori o operatori modali, possono portare a problemi di decisione che sono NP-completi, PSPACE-completi, o addirittura indecidibili. Comprendere esattamente quali caratteristiche logiche portano a quale grado di complessità computazionale è un'area attiva di ricerca nella frontiera tra logica e informatica teorica.

Un'altra connessione importante tra logiche paraconsistenti e computazione emerge nello studio dei linguaggi di programmazione e della semantica del software. I programmi informatici sono essenzialmente artefatti logici: specificano relazioni tra input e output, mantengono invarianti che dovrebbero essere preservate durante l'esecuzione, e implementano algoritmi che dovrebbero soddisfare certe proprietà logiche. La verifica formale del software utilizza metodi logici per dimostrare che un programma soddisfa la sua specificazione.

Ma cosa succede quando un programma contiene bug o comportamenti inattesi? Dal punto di vista della logica classica, un programma che viola la sua specificazione anche in un solo caso rende l'intera specifica inconsistente e quindi triviale. Questo non è ovviamente un modo utile di pensare ai bug software: vogliamo essere in grado di ragionare su programmi parzialmente corretti, identificare quali parti funzionano e quali no, e correggere i problemi localizzati senza dover rigettare l'intero programma.

Le logiche paraconsistenti offrono un quadro per questo tipo di ragionamento. Una semantica paraconsistente per programmi può permettere che una specificazione sia parzialmente violata senza che questo renda triviale il ragionamento su altre proprietà del programma. Questo approccio è stato applicato allo sviluppo di strumenti di analisi statica del codice che possono continuare a fornire informazioni utili sul comportamento di un programma anche quando sono presenti errori o incoerenze nella specifica o nell'implementazione.

Le logiche paraconsistenti sono state anche applicate al problema della gestione delle eccezioni e degli errori nei linguaggi di programmazione. Quando si verifica un'eccezione durante l'esecuzione di un programma, lo stato del sistema può diventare inconsistente nel senso che certi invarianti assunti essere veri non sono più soddisfatti. Un framework di gestione delle eccezioni basato su logica paraconsistente può permettere al programma di continuare a eseguire in modo controllato anche in presenza di queste inconsistenze, isolando le parti problematiche e preservando la funzionalità delle parti non affette.

Nella teoria dei linguaggi di programmazione, le logiche paraconsistenti hanno trovato applicazione anche nello studio della semantica dei linguaggi con caratteristiche non standard, come i linguaggi che permettono la sovrapposizione di definizioni o l'auto-modifica del codice. Questi linguaggi possono facilmente portare a situazioni in cui diverse parti del codice forniscono definizioni contraddittorie della stessa funzione o procedura. Una semantica paraconsistente può fornire un'interpretazione coerente di questi programmi apparentemente problematici, specificando quale comportamento dovrebbe risultare dalle definizioni contraddittorie.

Un'area particolarmente promettente è l'applicazione delle logiche paraconsistenti al machine learning e all'intelligenza artificiale basata su dati. I sistemi di machine learning, specialmente quelli basati su reti neurali profonde, apprendono da grandi quantità di dati che possono facilmente contenere informazioni contraddittorie, errori o etichette inconsistenti. Tradizionalmente, questi problemi vengono gestiti attraverso tecniche di pulizia dei dati o attraverso l'uso di funzioni di perdita che sono robuste al rumore. Ma un approccio più principiato basato su logiche paraconsistenti potrebbe permettere ai sistemi di apprendimento di rappresentare esplicitamente le contraddizioni nei dati e di ragionare su di esse in modo più sofisticato.

## **Critiche e limitazioni delle logiche paraconsistenti**

Nonostante i loro molti meriti e applicazioni, le logiche paraconsistenti non sono senza critiche e limitazioni. Comprendere queste criticità è essenziale per avere una visione equilibrata del ruolo che queste logiche possono svolgere nella pratica logica e filosofica.

Una delle obiezioni più fondamentali alle logiche paraconsistenti, e particolarmente al dialeteismo, è che esse violano il principio di non contraddizione, che è stato considerato una legge fondamentale del pensiero razionale per millenni. I critici sostengono che permettere contraddizioni vere equivale ad abbandonare la razionalità stessa, poiché se possiamo accettare contemporaneamente A e non-A, allora qualsiasi discussione razionale diventa impossibile.

I difensori delle logiche paraconsistenti rispondono che questa obiezione confonde diversi livelli di analisi. Non stanno sostenendo che tutte le contraddizioni siano accettabili o che il principio di non contraddizione debba essere completamente abbandonato. Piuttosto, stanno suggerendo che ci sono casi specifici e limitati in cui contraddizioni particolari possono essere tollerate senza portare al collasso completo della razionalità. Il punto non è che ogni contraddizione sia vera, ma che alcune contraddizioni specifiche, come quelle che emergono nei paradossi semantici, potrebbero dover essere accettate come vere se vogliamo evitare soluzioni più artificiali.

Una critica più tecnica riguarda la molteplicità e la varietà dei sistemi paraconsistenti. A differenza della logica classica, che è essenzialmente unica (tutte le formulazioni standard sono inter-traducibili ed equivalenti), esistono dozzine se non centinaia di logiche paraconsistenti diverse, ciascuna con proprietà leggermente diverse. Questo pluralismo logico può essere visto come un problema: se non c'è un singolo sistema paraconsistente "corretto", come possiamo sapere quale dovremmo utilizzare in un dato contesto?

Questa critica tocca questioni profonde sulla natura della logica stessa. I sostenitori del pluralismo logico vedono la molteplicità di sistemi paraconsistenti non come un difetto ma come un vantaggio, riflettendo il fatto che diversi contesti di ragionamento possono richiedere diverse norme logiche. Proprio come usiamo strumenti matematici diversi per problemi diversi, potremmo aver bisogno di logiche diverse per contesti di ragionamento diversi. La scelta della logica appropriata diventerebbe quindi una questione pragmatica, dipendente dal particolare tipo di ragionamento che stiamo cercando di modellare o implementare.

Altri critici sollevano preoccupazioni più pratiche. Sostengono che mentre le logiche paraconsistenti sono interessanti come esercizi teorici, hanno poca rilevanza pratica perché nella maggior parte dei contesti reali, le inconsistenze dovrebbero comunque essere eliminate piuttosto che tollerate. Per esempio, in un sistema di database commerciale, anche se una logica paraconsistente potrebbe permettere al sistema di continuare a funzionare con dati inconsistenti, la risposta corretta sarebbe comunque quella di identificare e correggere le inconsistenze il prima possibile.

I proponenti delle logiche paraconsistenti rispondono che questa obiezione trascura i molti contesti in cui l'eliminazione immediata delle inconsistenze non è praticabile o desiderabile. Durante le fasi di sviluppo e testing di sistemi complessi, durante periodi di transizione tra diverse versioni di database o teorie, o in situazioni in cui l'informazione proviene da fonti multiple e potenzialmente conflittuali, la capacità di ragionare produttivamente nonostante le inconsistenze temporanee è preziosa. Le logiche paraconsistenti non sostituiscono l'obiettivo di eliminare le inconsistenze, ma forniscono strumenti per gestirle durante il processo di risoluzione.

Un'altra limitazione importante riguarda l'espressività delle logiche paraconsistenti. Alcune inferenze che sono valide nella logica classica non lo sono in molte logiche paraconsistenti. Per esempio, molte logiche paraconsistenti non validano la regola della riduzione all'assurdo, che permette di derivare  $A$  da "non- $A$  implica una contraddizione". Questa e altre limitazioni espressive possono rendere più difficile formalizzare certi tipi di ragionamento matematico o scientifico.

Questa è effettivamente una limitazione reale, e significa che le logiche paraconsistenti non possono semplicemente sostituire la logica classica in tutti i contesti. Piuttosto, devono essere viste come complementari alla logica classica, utilizzabili in contesti specifici dove la tolleranza delle contraddizioni è più importante della preservazione di tutte le forme di inferenza classiche.

C'è anche la questione della naturalezza o dell'intuitività delle logiche paraconsistenti. Molte persone trovano inizialmente controintuitivo accettare che una proposizione possa essere sia vera che falsa, o che da una contraddizione non debba seguire qualsiasi cosa. Questa contro-intuitività iniziale può rendere le logiche paraconsistenti più difficili da imparare e utilizzare rispetto alla logica classica, che si allinea più strettamente con le intuizioni logiche ingenuie di molte persone.

Tuttavia, i sostenitori delle logiche paraconsistenti notano che molte altre innovazioni logiche, come la logica modale o la logica intuizionista, erano inizialmente contro-intuitive ma sono diventate standard in certi contesti una volta che il loro valore è stato compreso. Inoltre, sostengono che l'intuizione logica ingenua è stata plasmata da secoli di educazione nella logica classica e potrebbe non essere una guida affidabile per ciò che è veramente "naturale" o "razionale".

## **Le prospettive future delle logiche paraconsistenti**

Guardando al futuro, le logiche paraconsistenti sembrano destinate a svolgere un ruolo sempre più importante sia nella pratica logica applicata sia nella filosofia teorica. Diverse tendenze contemporanee suggeriscono direzioni promettenti per lo sviluppo futuro.

Una tendenza importante è l'integrazione delle logiche paraconsistenti con altre logiche non-classiche, particolarmente le logiche modali, le logiche temporali e le logiche epistemiche. Queste integrazioni permettono di modellare situazioni complesse in cui le contraddizioni interagiscono con la necessità, la possibilità, il tempo e la conoscenza. Per esempio, potremmo voler esprimere che una proposizione è contraddittoria ora ma potrebbe non esserlo in futuro, o che è contraddittoria secondo la conoscenza di un agente ma consistente secondo la conoscenza di un altro.

Questi sistemi logici ibridi aprono possibilità per modellare fenomeni che sono difficili o impossibili da catturare con sistemi più semplici. Per esempio, nel contesto della modellazione della conoscenza distribuita in sistemi multi-agente, potremmo voler rappresentare situazioni in cui diversi agenti hanno credenze contraddittorie, ma ciascun agente individualmente ha credenze consistenti. Una logica che combina aspetti paraconsistenti ed epistemicici può fornire gli strumenti per formalizzare precisamente questo tipo di situazione.

Un'altra direzione promettente è lo sviluppo di logiche paraconsistenti probabilistiche o sfumate. Mentre le logiche paraconsistenti standard trattano le contraddizioni come fenomeni qualitativi (una proposizione è o non è contraddittoria), potrebbe essere utile avere sistemi che permettono gradi di contraddizione o che integrano le contraddizioni con ragionamento probabilistico. Per esempio, potremmo voler rappresentare che due proposizioni sono "probabilmente" in contraddizione, o che una contraddizione ha un certo grado di gravità o importanza.

Queste estensioni quantitative delle logiche paraconsistenti potrebbero essere particolarmente utili nel contesto del machine learning e dell'intelligenza artificiale, dove l'incertezza e le approssimazioni sono onnipresenti. Un sistema che può ragionare simultaneamente su contraddizioni e su probabilità potrebbe essere più robusto ed efficace di sistemi che trattano questi aspetti separatamente.

Nel campo della filosofia, le logiche paraconsistenti stanno stimolando una rivalutazione di molte questioni fondamentali sulla natura della verità, della razionalità e del significato. Il dibattito sul dialeteismo continua a essere vivace, con nuovi argomenti e contro-argomenti che vengono sviluppati continuamente. Ma al di là della specifica questione se esistano contraddizioni vere, il lavoro sulle logiche paraconsistenti sta portando a una comprensione più sofisticata della struttura del ragionamento e delle molteplici forme che la razionalità può assumere.

C'è anche un crescente interesse nell'applicazione delle logiche paraconsistenti a questioni etiche e sociali. Come possono le società democratiche gestire credenze e valori profondamente contraddittori tra diversi gruppi? Come possono i sistemi etici accomodare dilemmi morali genuini? Come possiamo ragionare costruttivamente in presenza di disaccordi apparentemente irrisolvibili? Le logiche paraconsistenti, con la loro capacità di formalizzare il ragionamento in presenza di contraddizioni, potrebbero offrire strumenti concettuali per affrontare queste questioni pressanti.

Nel campo della tecnologia, l'importanza crescente dell'intelligenza artificiale e dei sistemi autonomi suggerisce che la capacità di ragionare in presenza di informazioni inconsistenti diventerà sempre più critica. I sistemi di AI operano in ambienti complessi e imprevedibili, raccogliendo informazioni da sensori multipli che potrebbero fornire dati contraddittori, interagendo con umani le cui istruzioni potrebbero essere inconsistenti, e dovendo prendere decisioni in tempo reale senza la possibilità di risolvere completamente tutte le inconsistenze prima di agire.

Le logiche paraconsistenti potrebbero fornire i fondamenti teorici per sistemi di AI più robusti e flessibili, capaci di operare efficacemente anche in condizioni non ideali. Questo è particolarmente importante per applicazioni critiche come i veicoli autonomi, i sistemi medici di supporto alle decisioni, o i sistemi di controllo industriale, dove l'affidabilità in presenza di dati imperfetti è essenziale.

Un'altra area di sviluppo futuro riguarda gli strumenti software e le implementazioni pratiche delle logiche paraconsistenti. Mentre esistono già alcuni proof assistants e sistemi di ragionamento automatico basati su logiche paraconsistenti, questi strumenti sono ancora relativamente poco sviluppati rispetto ai loro equivalenti classici. Lo sviluppo di tool più

sofisticati, più user-friendly e più potenti potrebbe accelerare significativamente l'adozione delle logiche paraconsistenti nella pratica ingegneristica e scientifica.

C'è anche un crescente riconoscimento del fatto che l'educazione logica dovrebbe includere almeno un'introduzione alle logiche non-classiche, incluse quelle paraconsistenti. Attualmente, la maggior parte degli studenti di filosofia, matematica e informatica riceve una formazione quasi esclusivamente in logica classica, con al massimo brevi cenni ad alternative. Man mano che le applicazioni pratiche delle logiche paraconsistenti diventano più evidenti, è probabile che esse troveranno un posto più prominente nei curriculum educativi.

## **Conclusione: Verso una concezione pluralista della razionalità logica**

Il sviluppo delle logiche paraconsistenti rappresenta molto più di un semplice avanzamento tecnico nella teoria logica. Rappresenta una sfida fondamentale a una concezione monolitica della razionalità che ha dominato il pensiero occidentale per millenni. L'idea che esista un'unica logica "corretta", incarnata dalla logica classica, che governa universalmente tutto il ragionamento valido, viene messa in discussione dall'esistenza di sistemi paraconsistenti che sono internamente coerenti, matematicamente rigorosi e praticamente utili, pur violando principi che la tradizione classica considerava inviolabili.

Questa sfida non implica necessariamente l'abbandono della logica classica, che rimane uno strumento potente e appropriato per molti contesti. Piuttosto, suggerisce che dovremmo adottare una concezione più pluralista della logica, riconoscendo che diversi sistemi logici possono essere appropriati per diversi tipi di ragionamento, diversi domini di applicazione, o diversi obiettivi teorici e pratici.

Le logiche paraconsistenti ci insegnano che la presenza di contraddizioni non deve necessariamente portare al collasso del ragionamento. Possiamo imparare a convivere con inconsistenze, a ragionare nonostante esse, e persino a trarre valore epistemico dalla loro presenza e dalla loro analisi. In un mondo sempre più complesso, dove l'informazione proviene da fonti multiple e spesso conflittuali, dove i sistemi che costruiamo diventano troppo grandi per essere completamente consistenti, e dove dobbiamo prendere decisioni basate su conoscenza inevitabilmente imperfetta, questa lezione ha un valore che va ben oltre i confini della logica teorica.

La storia delle logiche paraconsistenti è ancora in corso, e molte questioni fondamentali rimangono aperte. Qual è esattamente il ruolo delle contraddizioni nel ragionamento umano ordinario? In quali contesti le logiche paraconsistenti dovrebbero essere preferite alla logica classica, e in base a quali criteri dovremmo fare questa scelta? Come possiamo sviluppare intuizioni più forti e più affidabili sul ragionamento paraconsistente? Queste e molte altre domande continueranno ad animare la ricerca nei prossimi decenni.

Ciò che è già chiaro, tuttavia, è che le logiche paraconsistenti hanno cambiato permanentemente il panorama della logica e della filosofia. Hanno dimostrato concretamente che alternative alla logica classica non sono solo possibili ma possono

essere rigorose, utili e illuminanti. Hanno fornito strumenti potenti per affrontare problemi pratici nell'informatica, nell'intelligenza artificiale e nella gestione dell'informazione. E hanno stimolato una riflessione filosofica profonda sulla natura della verità, della contraddizione e della razionalità stessa.

Guardando al futuro, possiamo aspettarci che le logiche paraconsistenti continueranno a svilupparsi, trovando nuove applicazioni e ispirando nuove questioni teoriche. Ma il loro contributo più duraturo potrebbe essere filosofico piuttosto che tecnico: averci insegnato che la ragione umana è più flessibile, più robusta e più multiforme di quanto una concezione puramente classica della logica potesse suggerire. In un'epoca di crescente complessità e incertezza, questa è una lezione di inestimabile valore.